

EXPERIENCIA DE NUPCIALIDAD POR COHORTES RESUMIDA POR UN MODELO BILOGISTICO

Albino Bocaz
(CELADE)

A BILOGISTIC MODEL TO SUMMARIZE COHORT NUPTIALITY EXPERIENCE

SUMMARY

The study of the evolution of cohort nuptiality, including cohort with both complete and incomplete experience, is always of interest because of the close relationship that this evolution has with fertility levels and trends.

A theoretical model which takes into account the age of first marriage or union and the variation, over time, of the interval in which the nuptiality process takes place, permits the comparison of the changes in the proportion of women exposed to pregnancy risk and the estimation of fertility.

In this article a bilogistic model is successfully used to summarize the history of cohorts which have complete or incomplete nuptiality experience. The nuptiality data was taken from the 1975 National Fertility Survey of the Dominican Republic.

1. INTRODUCCION

En los estudios destinados a analizar las causas que están influyendo en la reducción de la fecundidad, es de interés analizar en qué medida esta reducción puede deberse a cambios, en el tiempo, de la edad al

casarse de las mujeres y a variaciones en la proporción de mujeres que nunca se casan.

Una fuente de datos para este tipo de análisis, lo constituyen las numerosas encuestas de fecundidad que se han levantado, o están actualmente levantándose en los países de la región dentro del programa de la Encuesta Mundial de Fecundidad (WFS).

La aplicación del modelo bilogístico, que luego se expone con mayor detalle, puede hacerse a base de la información indicada en la tabla 1.1.1.1 del plan general de Tabulaciones de la Encuesta Mundial de Fecundidad. En la ejemplificación necesaria, que se indica en este texto, se usa el dato correspondiente a la encuesta llevada a cabo en 1975 en la República Dominicana. En esta encuesta se dispone de datos de fecundidad correspondientes a 2 256 mujeres en edad fértil (15-49 años), alguna vez casadas o unidas.

2. EL MODELO BILOGISTICO

Ya en otros estudios, [1], [2], se ha indicado que para resumir distribuciones acumulativas, el uso de un modelo bilogístico simple o combinado con otro tipo de modelo, tal como la función Gompertz, resulta altamente satisfactorio.

Si un proceso determinado se inicia a la edad (α) y termina a la edad (β), cuando la mujer tenga (x) años de edad habrá recorrido una proporción de tiempo igual a: $p_x = (x - \alpha) / (\beta - \alpha)$. Si se conoce la proporción (F_x) de personas que ya han participado en el proceso, el modelo bilogístico simple presupone una relación lineal entre:

el logito del tiempo recorrido:

$$\ln (1/p_x - 1)$$

y el logito de la proporción de personas que ya han participado del proceso:

$$\ln (1/F_x - 1)$$

En símbolos:

$$\ln (1/F_x - 1) = b_1 + b_2 \ln (1/p_x - 1) \quad (1)$$

(1): Bocaz, A.: *Fecundidad específica por edades: un Modelo Bilogístico aplicado a los casos de Chile 1956-1974 y Bolivia 1975.* CELADE. (Inédito)

(2): Bocaz, A.: *Construcción de tabla de vida usando el modelo LOGI-GOMPERTZ (Aplicación Chile 1972-1997)* (inédito)

Para el caso de mujeres alguna vez casadas o unidas, de edades 30-39 años, de la Encuesta Nacional de Fecundidad de la República Dominicana (ENFRD), puede verse, gráfica (gráfico 1) y numéricamente (cuadro 1), la bondad de reproducción del modelo biológico.

Cuadro 1

DISTRIBUCION, OBSERVADA Y TEORICA, DE MUJERES
ALGUNA VEZ CASADAS O UNIDAS, SEGUN EDAD AL
CASARSE O UNIRSE POR PRIMERA VEZ, COHORTE
30-39 AÑOS
(ENFRD, 1975)

Edad al casarse o unirse por primera vez (en años)	Proporción de mujeres alguna vez casadas o unidas (por cien)	
	Valores observados	Valores teóricos
10 - 14	17,7	18,5
15 - 17	34,1	31,9
18 - 19	18,5	19,5
20 - 21	14,3	13,5
22 - 24	8,6	10,7
25 - 29	6,2	5,3
30 y más	0,6	0,6
<i>Total</i>	<i>100,0</i>	<i>100,0</i>

Los valores teóricos se obtuvieron de la ecuación de regresión

$$\ln \left(\frac{1}{F_x} - 1 \right) = -1.8003 + 2.3672 \ln \left(\frac{1}{p_x} - 1 \right) \quad (2)$$

siendo:

$$p_x = (x - 10) / 25 \quad (3)$$

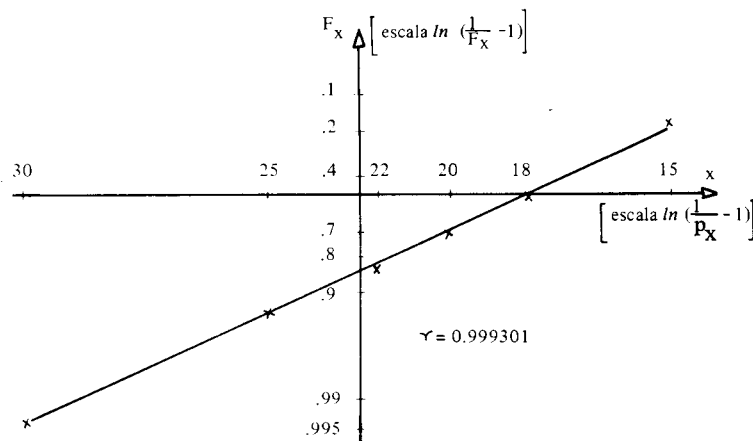
y usando el principio de mínimos cuadrados en la determinación de los coeficientes de regresión. La correlación entre los logitos fue de 0.999301.

3. DETERMINACION DE LA PROPORCION DE MUJERES QUE
SE CASAN O UNEN POR PRIMERA VEZ, POR EDADES
SIMPLES

La determinación de la proporción media de mujeres que se casan o se unen por primera vez, por edad detallada, puede deducirse determinando la diferencia de dos acumulaciones sucesivas (F_x), o sea

Gráfico 1

DIAGRAMA DE CORRELACION ENTRE LAS TRANSFORMADAS LOGISTICAS DE LA PROPORCION DE MUJERES CASADAS Y DEL TIEMPO DE PERMANENCIA EN EL PROCESO DE NUPCIALIDAD. COHORTE DE MUJERES DE 30 - 39 AÑOS (ENFRD. 1975)



$$f_x = (F_{x+1} - F_x) \quad (4)$$

El cálculo de estos valores (f_x) permite ver, con un detalle mayor, como se incrementa, en función de la edad, el número de mujeres que se casan o se unen por primera vez y cómo este incremento se reduce hasta llegar a cero en el momento que todas las mujeres terminan por casarse o unirse. Este cálculo permite también determinar la edad a que se produce el valor máximo.

Para el caso de la cohorte de mujeres de 40-49 años de la ENFRD, se obtiene la distribución teórica que se indica en el cuadro 2.

usando la ecuación de regresión

$$\ln (1/F_x - 1) = -2.4277 + 2.1893 \ln (1/P_x - 1) \quad (5)$$

siendo

$$P_x = (x-11)/29 \quad (6)$$

con una correlación entre los logitos de (P_x) y (F_x) igual a 0,999445

Cuadro 2
DISTRIBUCION, OBSERVADA Y TEORICA, DE MUJERES
ALGUNA VEZ CASADAS O UNIDAS, SEGUN EDAD AL
CASARSE O UNIRSE POR PRIMERA VEZ, COHORTE
40-49 AÑOS
(ENFRD 1975)

Edad al casarse o unirse por primera vez (en años)	Proporción de mujeres alguna vez casadas o unidas (por cien)	
	Valores observados	Valores teóricos
11 - 14	17,0	17,0
15 - 17	29,7	31,0
18 - 19	21,4	18,4
20 - 21	10,3	13,0
22 - 24	12,9	11,3
25 - 29	6,5	7,2
30 y más	2,2	2,1
<i>Total</i>	<i>100,0</i>	<i>100,0</i>

Cuadro 3
PROPORCIONES ESPERADAS DE MUJERES QUE SE CASAN
O UNEN POR PRIMERA VEZ PARA MUJERES ALGUNA VEZ
CASADAS O UNIDAS DE EDAD ACTUAL 40-49 AÑOS

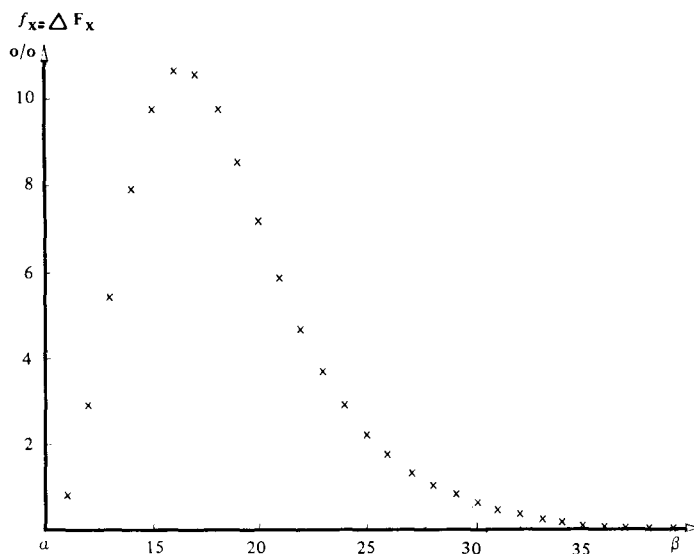
Edad	Proporción de mujeres (en o/o)	Edad	Proporción de mujeres (en o/o)	Edad	Proporción de mujeres (en o/o)
11	0,76	21	5,86	31	0,46
12	2,90	22	4,69	32	0,34
13	5,45	23	3,70	33	0,25
14	7,91	24	2,90	34	0,18
15	9,75	25	2,26	35	0,12
16	10,66	26	1,75	36	0,08
17	10,60	27	1,35	37	0,05
18	9,79	28	0,99	38	0,02
19	8,56	29	0,80	39	0,01
20	7,18	30	0,61		

A base de los valores teóricos (F_x) se han deducido los valores medios (f_x) que se indican en el cuadro 3.

Puede constatarse que a los 16 años de edad se produce la mayor incidencia de casamientos o uniones por primera vez. En el gráfico 2 se

Gráfico 2

FUNCION DE DENSIDAD DE LA PROPORCION MEDIA DE MUJERES QUE SE CASAN O SE UNEN POR PRIMERA VEZ, SEGUN EDAD. (ENFRD. 1975)



encuentran representados los valores del cuadro 3 para observar la asimetría de la distribución de densidad.

4. COMPARACION DE COHORTES

Un asunto de interés en el análisis de la nupcialidad es determinar si la edad al casarse o unirse por primera vez, para las mujeres no solteras, está experimentando cambios en el tiempo.

Las encuestas de fecundidad permiten comparar cohortes que prácticamente han terminado su proceso de nupcialidad con otras cohortes que están viviendo esta experiencia. Mediante el uso del modelo bilogístico es posible resumir la variación de la proporción de mujeres que ya se han casado o unido por primera vez, según la edad a la que lo hicieron y teniendo en cuenta, además, la edad al momento de la encuesta.

Si se designa por (F_x) la proporción de mujeres, de una cohorte particular, que se han casado o unido por primera vez a la edad (x), es posible establecer, en función de esas proporciones, una relación teórica del número de mujeres de la cohorte que se han casado o unido a edades determinadas (ECUPV).

Para los grupos de edades 15-19; 20-24; ...; 40-44 años, bajo la hipótesis de que cada grupo quinquenal está integrado por cinco cohortes de igual tamaño y que el proceso se inicia antes de los 15 años y termina a los 40 años, se llega a las siguientes relaciones teóricas:

GRUPO 15 - 19 AÑOS

ECUPV	Número de mujeres
-15	5 F_{15}
15-17	$F_{16} + F_{17} + 3 F_{18} - 5 F_{15}$
18-19	$F_{19} + F_{20} - 2 F_{18}$
	(7)
Total	$F_{16} + F_{17} + F_{18} + F_{19} + F_{20}$

GRUPO 20 - 24 AÑOS

ECUPV	Número de mujeres
-15	5 F_{15}
15-17	5 ($F_{18} - F_{15}$)
18-19	5 ($F_{20} - F_{18}$)
20-21	$F_{21} + 4 F_{22} - 5 F_{20}$ (8)
22-24	$F_{23} + F_{24} + F_{25} - 3 F_{22}$
Total	$F_{21} + F_{22} + F_{23} + F_{24} + F_{25}$

GRUPO 25-29 AÑOS

ECUPV	Número de mujeres
-15	$5 F_{15}$
15-17	$5 (F_{18} - F_{15})$
18-19	$5 (F_{20} - F_{18})$
20-21	$5 (F_{22} - F_{20})$
22-24	$5 (F_{25} - F_{22})$
25-29	$(F_{26} + F_{27} + F_{28} + F_{29} + F_{30}) - 5 F_{25} \quad (9)$
Total	$F_{26} + F_{27} + F_{28} + F_{29} + F_{30}$

GRUPO 30-34 AÑOS

ECUPV	Número de mujeres
-15	$5 F_{15}$
15-17	$5 (F_{18} - F_{15})$
18-19	$5 (F_{20} - F_{18})$
20-24	$5 (F_{22} - F_{20})$
22-24	$5 (F_{25} - F_{22})$
25-29	$5 (F_{30} - F_{25})$
30-34	$(F_{31} + F_{32} + F_{33} + F_{34} + F_{35}) - 5 F_{30} \quad (10)$
Total	$F_{31} + F_{32} + F_{33} + F_{34} + F_{35}$

GRUPO 35 - 39 AÑOS

ECUPV	Número de mujeres
-15	5 F ₁₅
15-17	5 (F ₁₈ - F ₁₅)
18-19	5 (F ₂₀ - F ₁₈)
20-21	5 (F ₂₂ - F ₂₀)
22-24	5 (F ₂₅ - F ₂₂)
25-29	5 (F ₃₀ - F ₂₅)
30-34	5 (F ₃₅ - F ₃₀) (11)
35-39	(F ₃₆ +F ₃₇ +F ₃₈ +F ₃₉ +F ₄₀)-5 F ₃₅
Total	(F ₃₆ +F ₃₇ +F ₃₈ +F ₃₉ +F ₄₀)

GRUPO 40 - 44 AÑOS

ECUPV	Número de mujeres
-15	5 F ₁₅
15-17	5 (F ₁₈ - F ₁₅)
18-19	5 (F ₂₀ - F ₁₈)
20-21	5 (F ₂₂ - F ₂₀)
22-24	5 (F ₂₅ - F ₂₂)
25-29	5 (F ₃₀ - F ₂₅)
30-34	5 (F ₃₅ - F ₃₀) (12)
35-39	5 (F ₄₀ - F ₃₅)
Total	5 F ₄₀

Aplicando el modelo bilogístico, [indicado en la relación (1)] a los datos de la ENFRD del año 1975, para la cohorte de 40-49 años, de mujeres alguna vez casadas o unidas (cuadro 2), es posible reconstruir la experiencia de nupcialidad que ha tenido esa cohorte mientras sus integrantes tenían edades comprendidas entre 15-19; 20-24; ...; 40-44 años. Se supone que la experiencia de nupcialidad se inicia antes de los 15 años y termina a los 40 años.

De acuerdo al cuadro 4, cuando la cohorte tenía edades comprendidas entre 15-19 años, las mujeres que se habían casado o unido por primera vez antes de cumplir los quince años de edad eran el 36 por ciento del total de mujeres que ya habían participado de la experiencia, en lugar del 17,78 por ciento correspondiente al caso en que las mujeres tenían edades comprendidas entre 25 y 29 años.

Cuadro 4

EXPERIENCIA DE NUPCIALIDAD DE LA COHORTE DE EDAD
40-49 AÑOS AL MOMENTO DE LA ENCUESTA, EN DIVERSOS
INTERVALOS DE SU CICLO DE VIDA
(ENFRD 1975)

Edad al casarse o unirse por primera vez (años)	Experiencia de la cohorte entre los intervalos de edades					
	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
Número de mujeres						
11-14	851	851	851	851	851	851
15-17	1 232	1 550	1 550	1 550	1 550	1 550
18-19	281	917	917	917	917	917
20-21		594	652	652	652	652
22-24		244	564	564	564	564
25-29			252	360	360	360
30-34				66	92	92
35-39					11	14
<i>Total</i>	<i>2 364</i>	<i>4 156</i>	<i>4 786</i>	<i>4 960</i>	<i>4 997</i>	<i>5 000</i>
Distribución relativa de las mujeres (En porcentaje)						
11-14	36,00	20,48	17,78	17,16	17,03	17,02
15-17	52,12	37,30	32,39	31,25	31,02	31,00
18-19	11,88	22,06	19,16	18,49	18,35	18,34
20-21		14,29	13,62	13,14	13,05	13,04
22-24		5,87	11,78	11,37	11,29	11,28
25-29			5,27	7,26	7,20	7,20
30-34				1,33	1,84	1,84
35-39					0,22	0,28
<i>Total</i>	<i>100,00</i>	<i>100,00</i>	<i>100,00</i>	<i>100,00</i>	<i>100,00</i>	<i>100,00</i>

En base a los resultados indicados en el mismo cuadro, puede deducirse que la proporción de mujeres que se habían casado o unido por primera vez, según edad, era la siguiente:

Cuadro 5

PROPORCION ESTIMADA DE MUJERES CASADAS O UNIDAS
POR PRIMERA VEZ, DE LA COHORTE DE MUJERES DE
40-49 AÑOS AL MOMENTO DE LA ENCUESTA, SEGUN
EXPERIENCIA DE NUPCIALIDAD POR EDADES DE
LA COHORTE

Edad de la cohorte (Años)	Proporción de mujeres casadas o unidas por primera vez (por cien)
15-19	47,28
20-24	83,12
25-29	95,72
30-34	99,20
35-39	99,94
40-44	100,00

Puede constatarse (cuadro 5) que solamente un 47,28 por ciento de las integrantes de la cohorte se había casado o unido por primera vez cuando tenía edades comprendidas entre 15 y 19 años. En cambio, cuando las integrantes de la cohorte alcanzaron edades comprendidas entre 25-29 años, esta proporción subió a más del doble de la anterior (95,72 por ciento).

También es posible determinar la proporción de mujeres que se han casado o unido por primera vez, de una cohorte de experiencia incompleta, según edad, tomando como referencia la cohorte de experiencia completa. Para determinar estas proporciones, se debe calcular la razón entre el número de mujeres ya casadas o unidas, según edad, de la cohorte de experiencia completa y el número correspondiente de mujeres casadas o unidas de la cohorte de experiencia incompleta. Así, por ejemplo, para el grupo de mujeres de edades 15-19 años, se tiene:

Cuadro 6

PROPORCION DE MUJERES CASADAS O UNIDAS POR PRIMERA VEZ PRA LA COHORTE DE EXPERIENCIA INCOMPLETA DE EDADES 15-19 AÑOS, CON REFERENCIA A LA COHORTE DE EXPERIENCIA COMPLETA (40-44 AÑOS)

ECUPV	NMCUPV del grupo 15-19	NMCUPV del grupo 40-44	Proporción de mujeres casadas o unidas por primera vez (en o/o)
11 - 14	851	851	100,00
15 - 17	1 232	1 550	79,48
18 - 19	281	917	30,64
Total	2 364	5 000	47,28

NMCUPV = Número de mujeres casadas o unidas por primera vez.

Procediendo de la misma manera para los otros grupos quinquenales de edades se obtienen los siguientes resultados (cuadro 7):

Cuadro 7

PROPORCION DE MUJERES CASADAS O UNIDAS POR PRIMERA VEZ PARA CINCO COHORTES DE EXPERIENCIA INCOMPLETA, CON REFERENCIA A LA COHORTE DE EXPERIENCIA COMPLETA (40-44 AÑOS)

ECUPV	Grupos de edades					
	15 - 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44
11 - 14	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
15 - 17	79,48	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
18 - 19	30,64	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
20 - 21		91,10	100,00	100,00	100,00	100,00
22 - 24		43,26	100,00	100,00	100,00	100,00
25 - 29			70,00	100,00	100,00	100,00
30 - 34				71,74	100,00	100,00
35 - 39					78,57	100,00
Total	47,28	83,12	95,72	99,20	99,94	100,00

NOTA: Se ha considerado que el proceso de nupcialidad se inicia a los 11 años de edad y termina a los 40 años.

Estas proporciones permiten convertir las proporciones observadas en las cohortes de experiencia incompleta en las que les correspondían a esas cohortes al final de su experiencia.

Así, por ejemplo para el grupo 15-19 años se llega a los resultados que aparecen en el cuadro 8.

De la misma manera puede procederse para las cohortes de edades comprendidas entre los 20-24; 25-29 y 30-34 años, obteniéndose los resultados indicados en el cuadro 9, junto a las proporciones correspondientes a la cohorte de 40-44 años de experiencia completa:

Cuadro 8

ESTIMACION DE LA PROPORCION DE MUJERES CASADAS O UNIDAS POR PRIMERA VEZ PARA LA COHORTE 15-19 AÑOS, AL FIN DE SU EXPERIENCIA NUPCIAL (por cien)

ECUPV	Datos ENFRD (exper.incomp.)	PMGUPV del grupo 15-19 años		
		Total	Según ECUPV	Proporción esperada con experiencia completa
11-14	31,0	47,28	100,00	31,0(47,28/100,00) = 14,66
15-17	56,9	47,28	79,48	56,9(47,28/79,48) = 33,84
18-19	12,1	47,28	30,64	12,1(47,28/30,64) = 18,67

Cuadro 9

PROPORCION ESPERADA DE MUJERES CASADAS O UNIDAS POR PRIMERA VEZ SEGUN EDAD DE LA COHORTE Y EDAD A LA OCURRENCIA DEL SUCESO

ECUPV	Cohorte 15-19	Cohorte 20-24	Cohorte 25-29	Cohorte 30-34 a]	Cohorte 40-44 b]
11-14	14,66	14,63	17,80	17,46	17,02
15-17	33,84	33,91	36,47	33,83	31,00
18-19	18,67	20,45	19,14	18,45	18,34
20-21		11,77	10,34	14,19	13,04
22-24		7,88	9,95	8,53	11,29
25-29			3,01	6,15	7,19
30-34				0,60	1,84
35-39					0,25

a] Se obtuvo promediando los datos correspondientes a los grupos de edad (30 - 34) y (35 - 39).

b] Se obtuvo promediando los datos correspondientes a los grupos de edad (40 - 44) y (45 - 49).

Los datos presentados en el cuadro 9 indican que probablemente había aumentando levemente la edad inicial de casarse o unirse por primera vez para los cohortes jóvenes. Además, es probable que paralelamente haya disminuido la edad final del proceso. En resumen, se habría estrechado la amplitud de operación del proceso de nupcialidad.

5. DETERMINACION DE LOS COEFICIENTES DE REGRESION

En la determinación de los coeficientes de regresión (b_1, b_2) del modelo bilogístico simple:

$$\ln (1/F_X - 1) = b_1 + b_2 \ln (1/P_X - 1) \quad (13)$$

siendo

$$P_X = (x - \alpha) / (\beta - \alpha) \quad (14)$$

se pueden presentar dos situaciones concretas: la primera es aquella que se refiere al caso en que la cohorte ha terminado su experiencia, y la segunda aquella en que la cohorte lleva cumplida solamente parte de su experiencia (experiencia incompleta).

5.1 Caso de Cohorte con experiencia completa c]

Si denotamos por:

$$x_1 = \ln (1/F_X - 1) \quad (15)$$

y

$$x_2 = \ln (1/P_X - 1), \quad (16)$$

la ecuación de regresión puede escribirse:

$$x_1 = b_1 + b_2 x_2 \quad (17)$$

y los coeficientes de regresión se estimarán mediante las siguientes relaciones:

$$\widehat{b_2} = r_{12} \left(\frac{s_1}{s_2} \right) \quad (18)$$

c] Un programa de cálculo para usarse en la computadora Hewlett - Packard 25 de bolsillo puede verse en el anexo (Programa I).

$$\hat{b}_1 = \bar{x}_1 - \hat{b}_2 \bar{x}_2 \quad (19)$$

siendo:

r_{12} = correlación lineal entre x_1 y x_2

s_1 = desviación típica en los valores (x_1)

s_2 = desviación típica en los valores (x_2),

si se aplica el principio de mínimos cuadrados.

Es importante indicar que un par de valores arbitrarios para (α) y (β) conduce a un determinado valor de la correlación (r_{12}). De modo que debe buscarse el par de valores (α) y (β) que conduzcan al mayor valor de la correlación (r_{12}). Para ello, se adopta un par inicial arbitrario (α, β), introduciendo posteriormente cambios en cada uno de ellos hasta lograr el (r_{12}) máximo.

5.2 Caso de cohortes con experiencia incompleta

En este caso, lo primero que debe hacerse es convertir las proporciones observadas en los distintos intervalos de edad de la cohorte de experiencia incompleta, en las proporciones que se tendría si la cohorte hubiera completado su experiencia.

Cuadro 10

FACTORES DE CONVERSION PARA TRANSFORMAR LAS
PROPORCIONES OBSERVADAS EN LA EXPERIENCIA
INCOMPLETA, EN PROPORCIONES CORRESPONDIENTES
CON EXPERIENCIA COMPLETA, SEGUN EDAD ACTUAL
DE LAS COHORTES Y ECUPV

ECUPV	Edad actual de las cohortes (En años)				
	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
10 - 14	0.4728	0.8312	0.9572	0.9920	0.9994
15 - 17	0.5949	0.8312	0.9572	0.9920	0.9994
18 - 19	1.5431	0.8312	0.9572	0.9920	0.9994
20 - 21		0.9124	0.9572	0.9920	0.9994
22 - 24		1.9214	0.9572	0.9920	0.9994
25 - 29			1.3674	0.9920	0.9994
30 - 34				1.3828	0.9994
35 - 39					1.2720

Así, por ejemplo, usando los resultados teóricos obtenidos para las cohortes de experiencia incompleta indicados en el cuadro 7 es posible determinar los coeficientes de conversión para transformar las proporciones observadas de mujeres casadas o unidas por primera vez, según la edad en que ocurrió el suceso, en las proporciones que tendrían si las cohortes hubieran terminado su experiencia (cuadro 10).

El uso de los factores de conversión indicados en el cuadro 10, puede detallarse para el caso de mujeres alguna vez casadas o unidas de edades 15-19 años, al momento de la encuesta.

Cuadro 11

DETERMINACION DE LA PROPORCION ACUMULADA DE
MUJERES CASADAS O UNIDAS POR PRIMERA VEZ
PARA LA COHORTE DE 15-19 AÑOS AL MOMENTO
DE LA ENCUESTA
($\alpha = 11$; $\beta = 40$)

ECUPV (en años)	Proporción de mujeres CUPV (ENFRD)		Factores de con- versión (Cuadro 10)	Proporción de mujeres CUPV (estimada con factores de conversión)		X
	En el in- tervalo	Acumu- lada		En el in- tervalo	Acumu- lada (FX)	
	(por cien)	(por cien)		(por cien)	(por cien)	
- 15	31,0	31,0	0,4728	14,66	14,66	15
15- 17	56,9	87,9	0,5949	33,85	48,51	18
18- 19	12,1	100,0	1,5431	18,67	67,18	20

Aplicando el procedimiento de estimación de los coeficientes de regresión (b_1 , b_2), en que se determina el par de valores (α , β) que hacen máxima la correlación entre (x_1) y (x_2) se establece la siguiente ecuación de regresión:

$$\ln (1/F_X - 1) = -1,8820 + 1,5905 \ln (1/P_X - 1) \quad (20)$$

con

$$P_X = (x - 13) / (35 - 13) \quad (21)$$

Puede verse que la línea de regresión se apoya en el uso de los valores $\alpha = 13$ años, $\beta = 35$ años, en lugar de $\alpha = 11$ años y $\beta = 40$ años, con que se obtuvieron los factores de conversión. Con estos nuevos valores de los parámetros del modelo, se puede proceder al cálculo de un

nuevo juego de factores de conversión, de mayor aproximación a los que inicialmente se usaron.

Cuadro 12

DETERMINACION DE LA PROPORCION ACUMULADA DE
MUJERES CASADAS O UNIDAS POR PRIMERA VEZ PARA LA
COHORTE DE 15-19 AÑOS AL MOMENTO DE LA ENCUESTA
($\alpha = 13$; $\beta = 35$)

ECUPV (en años)	Proporción de mujeres CUPV (ENFRD)		Factores de con- versión (Cuadro 10)	Proporción de mujeres CUPV (estimada con factores de conversión)		X
	En el in- tervalo (por cien)	Acumu- lada (por cien)		En el in- tervalo (por cien)	Acumu- lada (por cien)	
- 15	31,0	31,0	0,4718	14,63	14,63	15
15 - 17	56,9	87,9	0,5874	33,42	48,05	18
18 - 19	12,1	100,0	1,5318	18,53	66,58	20

Con estos nuevos valores de F_X la ecuación de regresión queda definida como:

$$\ln (1/F_X - 1) = - 1,3664 + 1,5061 \ln (1/P_X - 1) \quad (22)$$

con:

$$P_X = (x - 13) / (31-13) \quad (23)$$

lo que permite determinar una nueva aproximación para los coeficientes de conversión.

ECUPV	Factores de conversión
13 - 14	0.4715
15 - 17	0.5883
18 - 19	1.5353

Puede notarse que los nuevos factores de conversión no difieren prácticamente de los calculados en la etapa anterior. Usando la ecuación de regresión indicada en la relación (22), se han calculado las proporciones teóricas (F_X) que tendría la cohorte de 15-19 años al finalizar su experiencia nupcial. Aplicando las relaciones (7) se llega a los valores teóricos indicados en el cuadro 13, y puede comprobarse, por comparación con los valores observados, la adecuada bondad del modelo.

Cuadro 13
**PROPORCION DE MUJERES CASADAS O UNIDAS
 POR PRIMERA VEZ EN EL GRUPO 15-19 AÑOS**

ECUPV	Valores observados (Por cien)	Valores Teóricos ($F_x T$) (Por cien)
13 - 14	31,0	30,99
15 - 17	56,9	57,08
18 - 19	12,1	11,93
TOTAL	100.0	100.0

5.3 El uso del modelo bilogístico lineal

Como es fácil de comprobar (gráfico 3), existe una alta correlación entre las variables $\ln(1/F_x - 1)$ y $P_x = (x - \alpha) / (\beta - \alpha)$. De allí que sea útil ampliar el modelo bilogístico simple, tomando en cuenta la variable (P_x), además de la variable $\ln(1/P_x - 1)$ ya usada antes. El modelo bilogístico pasa a constituir lo que puede denominarse "modelo bilogístico-lineal", cuya expresión analítica es:

$$x_1 = b_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 \quad (24)$$

siendo

$$x_1 = \ln(1/F_x - 1) \quad (25)$$

$$x_2 = \ln(1/P_x - 1) \quad (26)$$

$$x_3 = P_x \quad (27)$$

$$P_x = (x - \alpha) / (\beta - \alpha) \quad (28)$$

que puede aplicarse a las cohortes de experiencia completa.

La determinación de la ecuación de regresión múltiple se hace usando las variables tipificadas:

$$z_1 = (x_1 - \bar{x}_1) / s_1 \quad (29)$$

$$z_2 = (x_2 - \bar{x}_2) / s_2 \quad (30)$$

$$z_3 = (x_3 - \bar{x}_3) / s_3 \quad (31)$$

siendo: s_1, s_2, s_3 las desviaciones típicas de las variables x_1, x_2 y x_3 respectivamente y $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ las correspondientes medias aritméticas.

Usando las variables tipificadas, la ecuación de regresión toma la forma reducida:

$$z_1 = \beta_2 z_2 + \beta_3 z_3 \quad (32)$$

quedando estimados los coeficientes de regresión tipificados (β_2 , β_3) por las ecuaciones:

$$\beta_2 + r_{23} \beta_3 = r_{21} \quad (33)$$

$$\beta_2 r_{32} + \beta_3 = r_{31} \quad (34)$$

Para el caso de la cohorte de mujeres de edades 40 - 44 años, en la Encuesta Nacional de Fecundidad de la República Dominicana se tiene la siguiente distribución, según edad al casarse o unirse por primera vez:

ECUPV	Proporción de mujeres casadas o unidas por primera vez (por cien)
11 - 14	17,0
15 - 17	29,7
18 - 19	21,4
20 - 21	10,3
22 - 24	12,9
25 - 29	6,5
30 - 34	1,8
35 - 39	0,4

Se obtienen las siguientes proporciones acumuladas (F_x) de mujeres casadas o unidas a las edades que se indican:

x	F_x
15	0,170
18	0,467
20	0,681
22	0,784
25	0,913
30	0,978
35	0,996
40	1,000

Aplicando los programas de regresión 1 y 3 del apéndice, se llega al sistema de ecuaciones simultáneas:

$$\beta_2 - 0,997144 \beta_3 = 0,999019 \quad (35)$$

$$-0,997144 \beta_2 + \beta_3 = -0,996099 \quad (36)$$

cuya solución es:

$$\beta_2 = 1,0107$$

$$\beta_3 = 0,0117$$

y como:

$$\bar{x}_1 = -1,713204 \quad \bar{x}_2 = 0,303889 \quad \bar{x}_3 = 0,433498$$

$$s_1 = 2,401036 \quad s_2 = 1,138763 \quad s_3 = 0,241262$$

se tiene la ecuación de regresión:

$$\ln (1/F_x - 1) = -2,4113 + 2,1310 \ln (1/P_x - 1) + 0,1164 (P_x) \quad (37)$$

siendo:

$$P_x = (x - \alpha) / (\beta - \alpha) ; \alpha = 11 ; \beta = 40$$

La relación (37) permite calcular los valores (F_x) por edad detallada:

Cuadro 14

PROPORCION DE MUJERES QUE SE HAN CASADO O UNIDO
POR PRIMERA VEZ, SEGUN EDAD DETALLADA,
COHORTE 40-44 AÑOS (ENFRD, 1975)

x	F_x^T (o/o)	x	F_x^T (o/o)	x	F_x^T (o/o)
11	0,000	21	73.172	31	98.258
12	0,907	22	78.880 (79.4)	32	98.767
13	4,137	23	83.492	33	99.153
14	9,952	24	87.176	34	99.442
15	18,094 (17.0)	25	90.097 (90.7)	35	99.652 (99.7)
16	27,859	26	92.401	36	99.801
17	38,313	27	94.211	37	99.900
18	48,574 (46,7)	28	95.628	38	99.961
19	57.996	29	96.734	39	99.992
20	66.230 (68,1)	30	97.594 (97.9)	40	100.000 (100.0)

Frente a las edades 15; 18; 20; 22; 25; 30 y 35 años se indican los valores observados. Por comparación de los valores observados y los teóricos puede decirse que el modelo bilogístico - lineal es suficientemente adecuado para propósitos prácticos.

Es posible desacomular los valores (F_x) calculando las primeras diferencias finitas, con los resultados siguientes:

Cuadro 15

PROPORCION DE MUJERES QUE SE CASAN O SE UNEN POR
PRIMERA VEZ SEGUN EDAD DETALLADA, COHORTE
40-44 AÑOS (ENFRD 1975)

EDAD	PMCUPV (o/o)	EDAD	PMCUPV (o/o)	EDAD	PMCUPV (o/o)
11	0.907	21	5.708	31	0.509
12	3.230	22	4.612	32	0.386
13	5.815	23	3.684	33	0.289
14	8.142	24	2.921	34	0.210
15	9.765	25	2.304	35	0.149
16	10.454	26	1.810	36	0.099
17	10.261	27	1.417	37	0.061
18	9.422	28	1.106	38	0.031
19	8.234	29	0.860	39	0.008
20	6.942	30	0.664		

Ello permite ver como varía la proporción de mujeres que se casan o se unen por primera vez según edad detallada. Esta proporción crece desde el límite inferior de edad ($\alpha = 11$ años) hasta la edad 16 en que la proporción alcanza su máximo (10,454 por ciento). A partir de esa edad decrece, de manera que entre 21 y 22 años es prácticamente la mitad del valor máximo. En el gráfico 4 se ha dibujado la función de densidad correspondiente, para detectar gráficamente la asimetría muy notable, hacia la izquierda, de la distribución.

Gráfico 3

DIAGRAMA DE CORRELACION ENTRE LA TRANSFORMADA
LOGISTICA DE LA PROPORCION DE MUJERES CASADAS
Y EL TIEMPO DE PERMANENCIA EN EL PROCESO DE
NUPCIALIDAD.ENFRD, 1975.

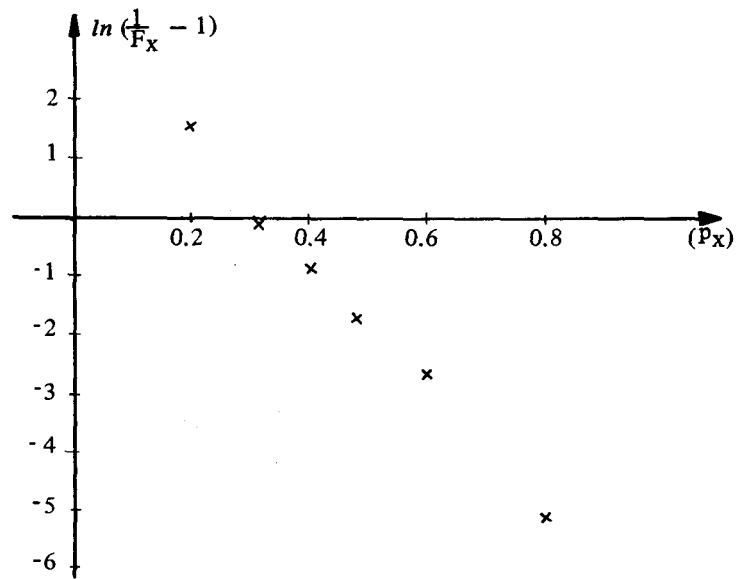
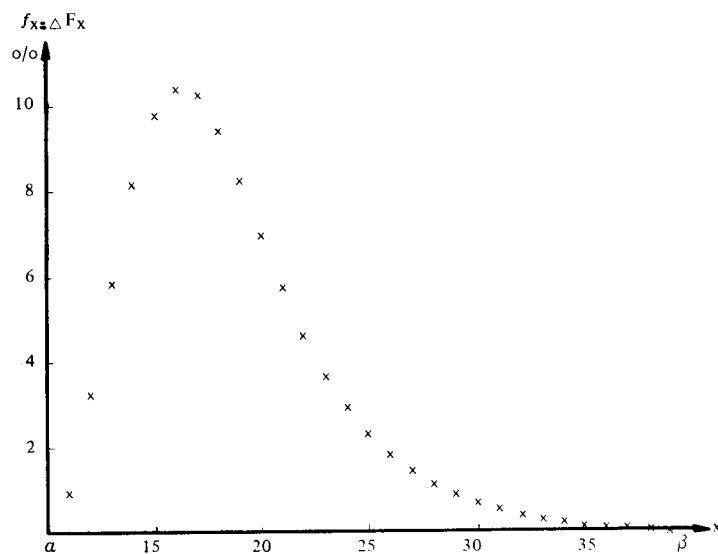


Gráfico 4

FUNCION DE DENSIDAD DE LA PROPORCION DE MUJERES
QUE SE CASAN O SE UNEN POR PRIMERA VEZ, SEGUN EDAD.
ENFRD, 1975



CONCLUSIONES

A través de los resultados obtenidos mediante la aplicación de un modelo bilogístico a los datos de nupcialidad de la Encuesta Nacional de Fecundidad de la República Dominicana, realizada en 1975, se puede concluir lo siguiente:

- el modelo bilogístico describe adecuadamente la variación, según la edad, de la proporción de mujeres que se casan o unen por primera vez;
- el modelo bilogístico puede aplicarse no solamente al caso de cohortes con experiencia completa, sino que también al de cohortes que se encuentran en pleno desarrollo del proceso;
- usando un juego inicial de factores de conversión es posible determinar los parámetros del modelo para su aplicación al caso de cohortes con experiencia incompleta;
- dado que el modelo incluye dos parámetros, uno relacionado con la edad en que se inicia el proceso, y otro relacionado con la edad en que éste finaliza, es posible detectar cambios, en el tiempo, de los valores de esos parámetros y, por lo tanto detectar variaciones en la amplitud del intervalo en que se desarrolla el proceso de nupcialidad.

APENDICE

Programa 1

Cálculo de (r_{12}) , (b_1) y (b_2) en la regresión lineal:

$$x_1 = b_1 + b_2 x_2$$

siendo

$$x_1 = \ln (1/F_x - 1)$$

$$x_2 = \ln (1/P_x - 1)$$

con:

$$P_x = (x - \alpha) / (\beta - \alpha)$$

g 1/x 1 - f ln ↑ g x² STO + 2 ↓ ≠ g 1/x RCL 1 * 1 - f ln Σ+ GTO OO

f x STO 0 f s STO 1 RCL 2 STO 6 RCL 4 STO 7

fx STO2 fs STO 4 RCLO RCL7 * RCL5 - RCL1 RCL4 * 1 RCL3 - * ÷
GTO 00

(43 instrucciones)

- Ingreso del valor $(\beta - \alpha)$ en STO 1
- Ingreso de los pares de valores $[(x - \alpha), F_x]$

$(x - \alpha) \uparrow F_x ; R/S$

- Cálculo de r_{12} :

GTO 18; R/S

- Cálculo de b_1 y b_2 ; con las operaciones adicionales:

$RCL4 * RCL1 \div (b_2)$

$RCL0 * CHS RCL2 + (b_1)$

- Ejemplo del uso del programa:

x	$x - \alpha$	F_x	
15	2	0,1778	
18	5	0,5420	$\alpha = 13$
20	7	0,7332	
22	9	0,8364	$\beta = 40$
25	12	0,9358	
30	17	0,9665	$(40 - 13) = 27 \Rightarrow \text{STO } 1$

Se obtienen los siguientes valores:

$$r_{12} = 0,99415$$

$$b_2 = 1,6670$$

$$b_1 = -2,7324$$

Programa 2

Cálculo de valores teóricos (F_x) de la relación:

$$\ln (1/F_x - 1) = b_1 + b_2 \ln \left(\frac{\beta - \alpha}{x - \alpha} - 1 \right)$$

RCL4 RCL1 (1+) STO1 ÷ 1 - f ln RCL 3 * RCL2 + ge^x 1+ g 1/x
 GTO 00
 (18 instrucciones)

a) Ingreso de valores:

$$-2,7324 = b_1 \Rightarrow \text{STO2}$$

$$1,6670 = b_2 \Rightarrow \text{STO3}$$

$$27 = (\beta - \alpha) \Rightarrow \text{STO4} \quad x; R/S$$

b) Ejemplo (continuación del ejemplo anterior)

x	F _x	x	F _x	x	F _x
13	0	23	86,387	33	98,882
14	6,304	24	89,166	34	99,200
15	18,573	25	91,376	35	99,453
16	32,431	26	93,143	36	99,649
17	45,425	27	94,502	37	99,797
18	56,527	28	95,707	38	99,904
19	65,567	29	96,633	39	99,972
20	72,757	30	97,384	40	100,000
21	78,422	31	97,992		
22	82,877	32	98,488		

Programa 3

Cálculo de (r₁₃), (b₁) y (b₃) en la regresión lineal

$$x_1 = b_1 + b_3 x_3$$

siendo:

$$x_1 = \ln (1/F_x - 1)$$

$$x_3 = P_x$$

$$P_x = (x - \alpha) / (\beta - \alpha)$$

$$g \ 1/x \ 1 - f \ \ln \uparrow g x^2 \ \text{STO} + 2 \downarrow \Sigma + \text{GTO } 00$$

$$f\bar{x} \ \text{STO } 0 \ f_s \ \text{STO } 1 \ \text{RCL } 2 \ \text{STO6} \ \text{RCL4} \ \text{STO7}$$

$$f\bar{x} \ \text{STO } 2 \ f_s \ \text{STO } 4 \ \text{RCL } 0 \ \text{RCL7} * \ \text{RCL5} - \ \text{RCL1} \ \text{RCL4} * \ 1 \ \text{RCL3} - * \div \ \text{STO5} \ (r_{13})$$

RCL4 * RCL1 ÷ STO6 (b₃) RCL 0 * CHS RCL2 + GTO 00 (b₁)
(48 instrucciones)

Programa 4

Cálculo de valores (F_X) de la función bilogística - lineal:

$$\ln (1/F_X - 1) = b_1 + b_2 \ln (1/P_X - 1) + b_3 P_X$$

Siendo:

$$P_X = (x - \alpha) / (\beta - \alpha)$$

RCL5 RCL1 (1+) STO 1 ÷ STO6 1 - f ln RCL3 * RCL2 + RCL4
RCL6 ÷ + ge^x i + gl/x GTO 00

(23 instrucciones)

a) Ingreso de valores:

$$-2,4113 = b_1 \Rightarrow \text{STO2}$$

$$2,1310 = b_2 \Rightarrow \text{STO3}$$

$$0,1164 = b_3 \Rightarrow \text{STO4}$$

$$29 = \beta - \alpha \Rightarrow \text{STO5}$$

NOTA: Este programa también sirve para el cálculo de (F_X) en el caso de la bilogística simple, siendo $b_3 = 0$

